

10. Feladat:

Írja fel annak az optikai rendszernek a mátrixát amelyet úgy kapunk, hogy megfordítunk egy ABCD mátrixszal jellemzett rendszert (a kimenő sík lesz a bemenő ill. fordítva). (sugárvektor: r/α)

Megoldás:

Jelöljük az $M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ mátrixszal jellemzett optikai rendszerbe belépő nyaláb vektorát R_1 -el, az ehez tartozó kilépőt pedig R_2 -vel:

$$R_2 = M \cdot R_1, \quad (1)$$

ahol

$$R_1 = \begin{bmatrix} r_1 \\ \alpha_1 \end{bmatrix} \quad (2a)$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} r_2 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}. \quad (2b)$$

Az M mátrix transzformálja az R_1 vektort R_2 -be. A feladat úgy is feltehető, hogy melyik az a $\widetilde{M}$ mátrix amelyik az $\begin{bmatrix} r_2 \\ -\alpha_2 \end{bmatrix}$ vektort az $\begin{bmatrix} r_1 \\ -\alpha_1 \end{bmatrix}$ vektorba transzformálja?

Helyettesítsük be 2a,b kifejezéseket 1-be és végezzük el a mátrixszorzást:

$$r_2 = Ar_1 + B\alpha_1 \quad (3a)$$

$$\alpha_2 = Cr_1 + D\alpha_1. \quad (3b)$$

Oldjuk meg ezt az egyenletrendszert r_1 -re és $-\alpha_1$ -re:

$$r_1 = Dr_2 - B\alpha_2 \quad (4a)$$

$$-\alpha_1 = Cr_2 - A\alpha_2. \quad (4b)$$

Ebből pedig az következik, hogy a keresett mátrix: $\widetilde{M} = \begin{bmatrix} D & B \\ C & A \end{bmatrix}$.

Megjegyzés:

Ha a rendszer szimmetrikus (irányinvariáns), akkor $A = D$.