

Az FTCS módszer vizsgálata egy diffúziós problémára

Bartha Ferenc irányításával közös órai munka

SZTE, Elm. Fiz., 2003. április

```
> restart :
> f:=t->1/(1+4*a*t) :
g:=(x,t,b)->exp(-a*(x-b)^2*f(t))*sqrt(f(t)) :
> print(g(x,t,b)) ;
```

$$e^{\left(-\frac{a(x-b)^2}{1+4at}\right)} \sqrt{\frac{1}{1+4at}}$$

Alább demonstráljuk, hogy ez a $g(x,t)$ függvény minden a és b paraméter mellett diffúziós

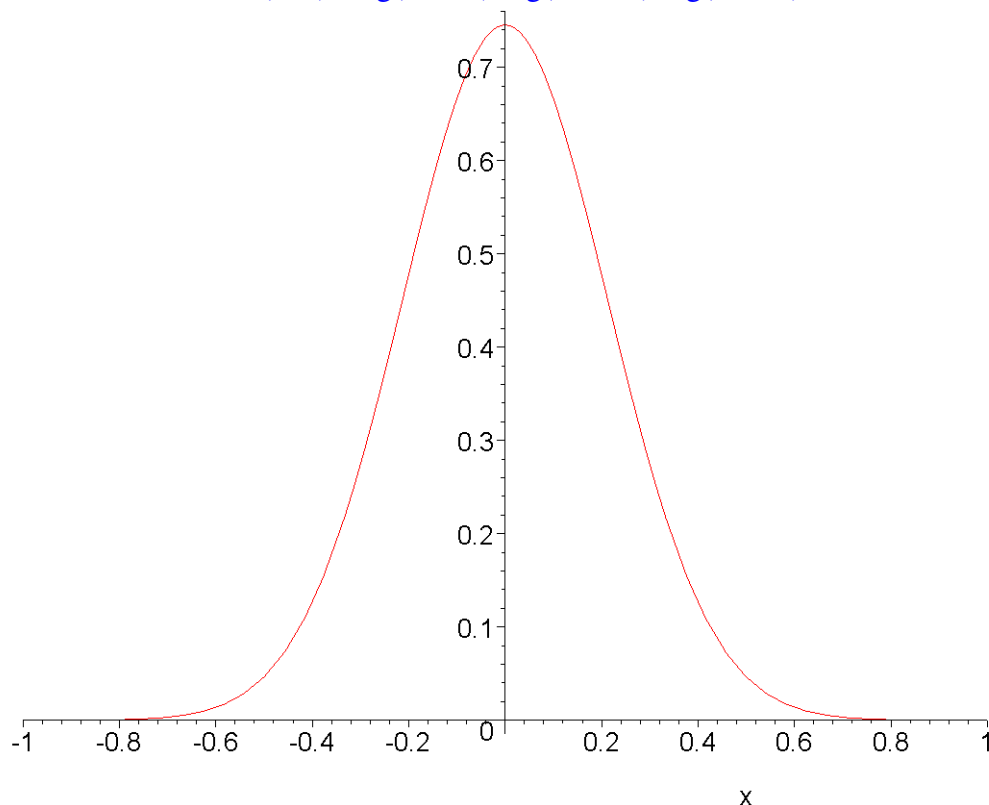
egyenlet megoldása: $\left(\frac{\partial}{\partial t} g(x,t)\right) - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} g(x,t)\right) = 0$

```
> simplify(diff(g(x,t,b),t)-diff(g(x,t,b),x$2));
0
```

Három különböző helyen centrált ilyen megoldás lineáris kombinációja is megoldás, hiszen a diff.egyenlet lineáris. Alább olyan $v(x,t)$ megoldást készítünk, hogy az jó közelítéssel (a vizsgálni kívánt időtartam alatt végig) teljesíti a $v(-1,t)=v(1,t)=0$ peremfeltételt.

```
> a:=20:v:=(x,t)->g(x,t,0)-g(x,t,-2)-g(x,t,2);
plot(v(x,1/100),x=-1..1);
```

$$v := (x, t) \rightarrow g(x, t, 0) - g(x, t, -2) - g(x, t, 2)$$



És most jöhet a numerikus megoldás előállítás.

Beosztás, lépéshossz, lépésszám: Ezeket variáljuk a tanulmányozás során a stabilitást figyelve!
 $n=25$ és $dt=0.001$ mellett tûrhetõ az eredmény, de például $n>51$ és változatlan dt már katasztrófa.

```
> n:=25; dx:=2./n; dt:=1/1000.; m:=50;
```

Kezdzeti érték: $t=0$

```
for j from 0 to n do  
  s[j]:=v(-1+j*dx, 0):
```

```
od:
```

FTCS formula alapján $m*dt$ lépés előre az időben:

```
alpha:=dt/dx/dx:
```

```
for i from 1 to m do
```

```
  tmp:=0:
```

```
  for j from 1 to n-1 do
```

```
    nw:=s[j]+alpha*(tmp-2*s[j]+s[j+1]):
```

```
    tmp:=s[j]:
```

```
    s[j]:=nw:
```

```
  od:
```

```
od:
```

```
      n := 25
```

```
      dx := .080000000000
```

```
      dt := .001000000000
```

```
      m := 50
```

```
> T:=dt*m:print(`A numerikus megoldás`,T,`időnél tart`);
```

```
> p1:=plot(v(x,T),x=-1..1): Ez az analitikus megoldás
```

```
> p2:=plot([seq([-1+k*dx, s[k]],k=0..n)]): ez pedig a numerikus
```

```
> with(plots):display(p1,p2); Hasonlítsuk össze....
```

A numerikus megoldás, .050000000000, időnél tart

Warning, the name changecoords has been redefined

