

Matematikai 2. dolgozat

Többváltozós függvények differenciálása
SZTE, Elméleti Fizikai Tanszék, 2003. március 5.

F. 1 Számoljuk ki az

$$f(x, y) = e^x + x \cdot \ln(y) + y \cdot \ln(x) \quad (1)$$

függvény első- és másodrendű parciális deriváltjait. Mutassuk meg, hogy $f_{xy} = f_{yx}$.

F. 2 A differenciálható $x(y, z)$ függvény az implicit

$$xz + y \cdot \ln(x) - \frac{9}{z} = 0 \quad (2)$$

egyenlettel van megadva. Mennyi

$$\left. \frac{\partial x}{\partial z} \right|_{(x,y,z)=(1,-1,-3)} \quad (3)$$

F. 3 Linearizáljuk az

$$f(x, y) = 1 + y + x \cdot \cos(x) \quad (4)$$

függvényt a $(0, 0)$ pont körül.

F. 4 Tegyük fel, hogy az $f(x, y)$ függvénynek ismerjük az f_x és az f_y parciális deriváltjait. Hogyan adható meg ezekkel

$$\frac{\partial f}{\partial r} \quad \text{és} \quad \frac{\partial f}{\partial s} \quad (5)$$

ha az r és az s változók olyanok, hogy

$$x = r - s \quad \text{és} \quad y = r + s \quad (6)$$

F. 5 Tekintsük az

$$f(x, y, z) = \ln \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (7)$$

függvényt.

- Hogyan néznek ki a szintfelületek? Az egységsugarú gömb szintfelület, milyen f értékek tartoznak hozzá?
- Határozzuk meg a függvény gradiensét
- Mi a normális egyenes és az érintő sík egyenlete az $\mathbf{a} = (3, 4, 12)$ pontban?
- Mennyivel változik a függvény értéke, ha az előbbi \mathbf{a} pontból a $\mathbf{b} = (3, 6, -2)$ pont irányába $ds = 0.1$ nagyságú lépést teszünk?

F. 6 Hol van(nak) az

$$f(x, y) = xy + 2x - \ln(x^2y) \quad (8)$$

függvény kritikus pontja(i)? Mi van a kritikus pontban: minimum/maximum/nyeregpont?

F. 7 Hol vannak az

$$f(x, y, z) = x^2yz + 1 \quad (9)$$

extrémális értékei a

$$z = 1 \quad (10)$$

sík és az

$$x^2 + y^2 + z^2 = 10 \quad (11)$$

gömbfelület metszésvonalában?