

# Számítógépes fizika Probléma

2002. március 6.

**Probléma:** *Modellezzük egy vulkán kitörés során kilökődött szikladarab mozgását!*

**Modell:** Írjuk fel a mozgás Newton egyenletét

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{G} + \mathbf{F}_{lég} + \mathbf{F}_{fh} + \mathbf{F}_{egyéb}$$

ahol  $\mathbf{G}$  a gravitációs erő,  $\mathbf{F}_{lég}$  a levegő ellenállási ereje,  $\mathbf{F}_{fh}$  a felhajtó erő és  $\mathbf{F}_{egyéb}$  az egyéb külső hatásokat leíró erők (pl. Coriolis erő). A modellünket a legegyszerűbb közelítésből kiindulva építjük fel, úgy hogy csak a számottevő hatást leíró erőket hagyjuk meg a mozgásegyenletben.

**Modell 1.:** A gravitáción kívül hanyagoljunk el minden más erőt és tegyük fel, hogy a gravitációs erőter a mozgás tartományán belül homogén. A hajtás differenciál egyenletét kapjuk:

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = m \mathbf{g}.$$

*Mekkora hibát okoz, hogy homogénnek tételeztük fel a gravitációs teret?*

**Modell 2.:** A légellenállás egyenesen arányos a levegő sűrűségének ( $\rho_{lev}$ ) és a test  $A$  keresztmetszetének (sebesség irányába eső) szorzatával, az arányossági tényező  $C_d/2$ .

$$\mathbf{F}_{lég} = -v \mathbf{v} \frac{\rho_{lev} A}{2} C_d$$

Feltesszük, hogy a szikla közel gömb alakú és a felületi egyenletlenségek hatását elhanyagoljuk.

**Modell 3.:** Alacsony sebességekre  $C_d$  állandó, de nagy sebességeknél  $C_d$  értéke is változhat. Ennek egyik oka a kialakuló turbulens áramlás a másik pedig a hangsebesség átlépésekor kialakuló lökéshullám. Kísérleti adatok azt mutatják, hogy az előbbi nem játszik szerepet a mi esetünkben, de az utóbbi sok esetben igen, mert a kilőtt szikladarabok sebessége elérheti a hangsebességet. Modellünkben *közelítsük* a  $C_d$  változását ezt a következő formulával:

$$C_d = \frac{1}{4} (3 + \tanh(v - c)) \quad c = \sqrt{\gamma RT}$$

ahol  $c$  a hangsebesség  $T$  hőmérsékleten,  $\gamma = c_p/c_v$  ami levegőre 1.4. Ez a közelítés csak azt a kísérleti tapasztalatot veszi figyelembe, hogy a gömb esetében a  $C_d$  a közel 0.5-ös kis sebességeken felvett értékről  $\sim 1$ -re változik ha a sebesség a hangsebesség fölé emelkedik. Elhanyagoljuk a hangsebesség közelében megfigyelt 'tranzienst' viselkedést.

**Modell 4.:** Vegyük figyelembe a sűrűség változását a magassággal. Ennek két forrása van a hőmérséklet csökkenés és a szikla feletti levegőoszlop magasságának változása.

**Modell 5.:** Vegyük figyelembe, hogy a kilövés kezdeti szakaszában a gázok együtt mozognak a sziklával.

**Modell 6.:** Vizsgáljuk meg a szél hatását!

⋮

**Modell 1001.:** Relativisztikus effektusok  $\ll (-)$